



მაგიდა № 21

26.04.2015/ მათ/IV/ 707

ამოცანა № 4

გვერდი № 1

$$(x^2 - 6x + 8)P(x) = x(x+2)P(x-2)$$

$$(x-2)(x-4)P(x) = x(x+2)P(x-2) \quad (1)$$

ჩავსვით $x=0$ და მივიღებთ $8P(0) = 0 \cdot P(-2)$

ჩავსვით $x=0$ (1)-ში

$$(-2) \cdot (-4) P(0) = 0 \cdot 2 \cdot P(-2)$$

$8P(0) = 0 \Rightarrow P(0) = 0$ და $P(x)$ -ის გაა-გაიი ამონახშირი $x=0$ ანუ $P(x) = (x-0)Q(x) = xQ(x)$ (1)-ში

$$(x-2)(x-4)xQ(x) = x(x+2)(x-2)Q(x-2)$$

და $x-2 \neq 0$, ანუ $x \neq 0, 2$

$$(x-4)Q(x) = (x+2)Q(x-2) \quad (2)$$

ჩავსვით $\forall x = -2$ (2)-ში (სადაც $x \neq 0, 2$ ანუ ყველაზე მეტად)

$$-6Q(-2) = 0 \cdot Q(-4) \Rightarrow Q(-2) = 0$$

$Q(x)$ -ის გაა-გაიი ამონახშირი $-2 \Rightarrow$

$\Rightarrow Q(x) = (x+2)R(x)$ ჩავსვით (2)-ში

$$(x-4)(x+2)R(x) = (x+2)xQ(x-2)$$

სადაც $\forall x = -2$ ანუ $x \neq -2, 0, 2 \Rightarrow x \neq -2, 0, 2$



მაგიდა № 21

26.04.2015/ მათ/IV/ 707

ამოცანა №

4

გვერდი №

2

$$(x-4)R(x) = xR(x-2) \quad (3)$$

ჩავსვათ $x=4$ (3)-ში
(სადაც $x \neq -2; 0; 2$ ამის უზრუნველყოფისთვის).

$$0 \cdot R(4) = 4 \cdot R(2)$$

$R(2) = 0$, ანუ $R(x)$ -ის $x=2$ -ისთვის არსებობს 2-ე მუხარამი $R(x) = (x-2)S(x)$. ჩავსვათ (3)-ში:

$$(x-4)(x-2)S(x) = x(x-4)S(x-2)$$

სადაც ჩვენ შევძლებთ $x-4 \neq 0$, ანუ $x \neq 4$,
ანუ $x \neq -2; 0; 2; 4$.

$$(x-2)S(x) = xS(x-2) \quad (4)$$

~~(4)-ში ჩავსვათ $x=1$ (სადაც $x \neq -2; 0; 2; 4$)
ამის უზრუნველყოფისთვის.~~

~~შეგვიჩვენებთ~~

$$\text{ჩავსვათ } S(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

ჩავსვათ, რომ $n \leq 1$ ანუ $S(x)$ მხოვია.

ჩავსვათ სწორედ იმ შემთხვევაში, რომ $n > 1$
შინა (4) ვეძებთ $x=1$ -ს.



მაგიდა № 21

26.04.2015/ მათ/IV/ 707

ამოცანა №

4

გვერდი №

3

$$a_n x^n (x-2) + a_{n-1} x^{n-1} (x-2) + \dots + a_1 x (x-2) + a_0 (x-2) =$$

$$= a_n (x-2)^n x + a_{n-1} (x-2)^{n-1} x + \dots + a_1 (x-2) x + a_0 (x-2)$$

ხოფრობის შეხედულებით ვიყვანოთ $a_n > 0$ (მიხატოთ
შეძახვებით ყუამსვლით ~~ყუამსვლით~~ იხივეთ $x-2$ -ზე ამით
~~ყუამსვლით~~ ან რთილვება) სეცნ $a_n > 0$ ~~ყუამსვლით~~ $x-2$
შეუქცია ყველა ~~შეუქცია~~ ~~შეუქცია~~ მძვერი მძვერელობის მიღება ესე
[2,0,2,4]-ს $x-2$ -ის შესხვლოც რივი მძვერელობის. რსხით
ყუამსვლით ~~ყუამსვლით~~ მძვერეობის მძვერეობის ~~ყუამსვლით~~ ~~ყუამსვლით~~
მძვერეობის რივი სეცნ ~~ყუამსვლით~~ ~~ყუამსვლით~~. მივიღეთ ~~ყუამსვლით~~ ~~ყუამსვლით~~,
იხივეთ $S(x) = ax + b$ ~~ყუამსვლით~~ ~~ყუამსვლით~~ (4)-ში

$$a(x-2)x + b(x-2) = ax(x-2) + bx \Rightarrow b=0, \text{ ანუ}$$

$$S(x) = ax. \text{ სეცნ } a \text{ მძვერეობის მძვერეობის მიღება}$$

$$R(x) = (x-2)S(x) = ax(x-2)$$

$$Q(x) = (x+2)R(x) = a \cdot x(x-2)(x+2)$$

$$P(x) = xQ(x) = a \cdot x^2(x-2)(x+2) = \text{სეცნ } \text{სეცნ}$$

$$= a \cdot x^2(x^2-4) = ax^4 - 4ax^2 \text{ სეცნ } a \in \mathbb{R}$$

რეკონსტრუქცია: სეცნ მივიღეთ ~~ყუამსვლით~~ ~~ყუამსვლით~~ (1)-ში:

$$(x-2)(x-4)P(x) = x(x+2)P(x-2)$$



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 21

26.04.2015/ მათ/IV/ 707

ამოცანა №

4

გვერდი №

4

$$(x-2)(x-4) \text{ ა } x^2(x-2)(x+2) = x(x+2) \text{ ა } a \cdot (x-2)^2(x-4) \cdot x$$

$$a(x-2)^2 \cdot x^2 \cdot (x+2) \cdot (x-4) = a \cdot (x-2)^2 \cdot x^2 \cdot (x+2) \cdot (x-4)$$

ასე სხეულდება მუდმივი $a \in \mathbb{R}$

✓

შესაბამისად: $P(x) = a \cdot x^2(x^2-4) =$ აქედან $a \in \mathbb{R}$

$$= ax^4 - 4ax^2$$

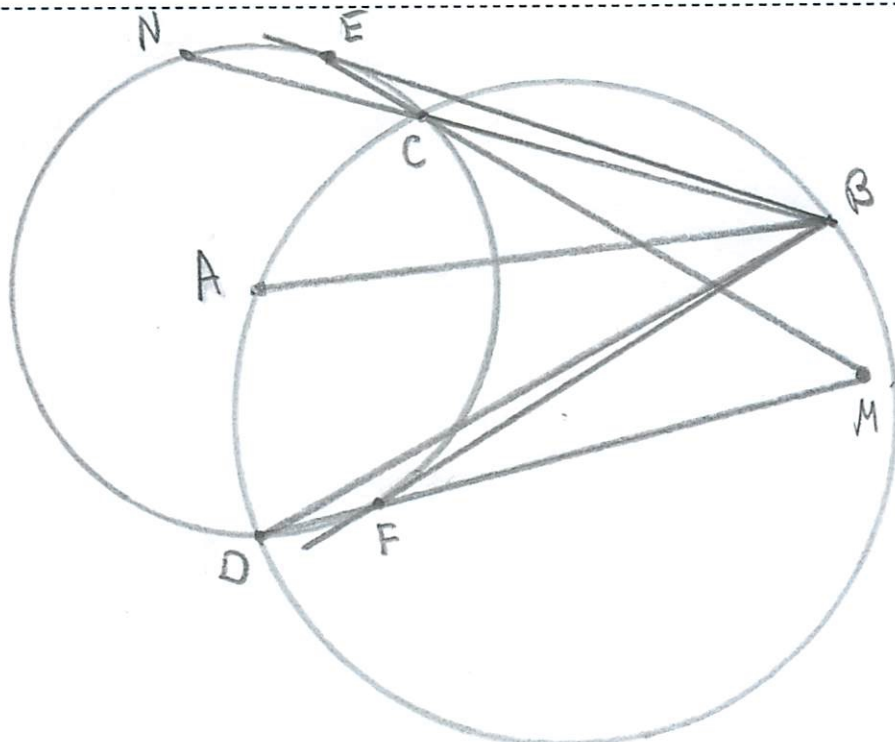


მაგიდა № 21

26.04.2015/ მათ/IV/ 707

ამოცანა № 5

გვერდი № 1



მოცდა $N=1$: გვაძეცის მოთხოვნა, რომ $\angle NDF = \angle DNE$
 სეგნ BE და BF მხებულებებია და A ცენტრი
 $\angle ABE = \angle ABF$ (1).
 აქვეყნებთ $AC = AD = r \Rightarrow \angle ABC = \angle ABD$ (2).
 (1)-ს და (2)-ს გეგნობებით მივიღებთ
 $\angle NBE = \angle DBF$, სეგნ BE და BF მხებულებათ
 მივიღებთ, რომ $NE = DF \Rightarrow \angle NDF = \angle DNE$ ს.პ.მ.



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 21

26.04.2015/ მათ/IV/ 707

ამოცანა №

5

გვერდი №

2

$$\begin{aligned} \angle FMC &= \frac{\overset{\circ}{DNE} - \overset{\circ}{FC}}{2} \\ \angle CBF &= \frac{\overset{\circ}{NDF} - \overset{\circ}{CF}}{2} \end{aligned} \left| \begin{array}{l} \text{ლემ. N.1} \\ \Rightarrow \end{array} \right. \angle FMC = \angle CBF, \text{ ანუ}$$

FMBC ოთხკუთხედი \Rightarrow ჩახსენოა. ნ. პ. გ.



მაგიდა № 21

26.04.2015/ მათ/IV/ 707

ამოცანა № 6

გვერდი № 1

შევიჩინოთ, h კმ-ში G და D სიღრმეებში მიღვე ~~და~~
ახედავიყვითა.

~~წინადადება~~ $i=1, 2, \dots, n$ -თვის A_i -ით აღნიშნოთ
~~და~~ x_1, x_2, \dots, x_n ისეთი რიცხვები ~~რომ~~
 h კმ-შიაღვიყვითა.

$|x_1 + x_2 + \dots + x_n|$ არის ყველა შესაძლო
შედეგის მინიმალური. შევიჩინოთ, h კმ-ში B_i -ით
 ~~$D \geq \min \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$~~
 S^n -ის მინიმალური ჯამი. შევიჩინოთ, h კმ-ში
 $D \geq \min \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$.